

الزمن : ساعتان

التفاضل والتكامل (رياضيات ٢)

(الأسئلة فى صفحتين)

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١- (h) أوجد قيمة التكاملات الآتية :

$$(i) \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right) dx \quad (ii) \int \frac{x^2 + 8}{(x+4)^2} dx$$

(ب) إذا كانت د دالة حيث :

$$\left. \begin{aligned} (1+x)^2 &= 0 \\ 3x^2 - 2x + h &= 0 \end{aligned} \right\} = (x) \text{ د}$$

وكانت نهـا د (س) لها وجود فأوجد قيمة الثابت h

س ← ٠

ثم احسب القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة فى الفترة [-٣ ، ٤]

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢- (h) أوجد معادلة المنحنى ص = د (س) إذا علم أن $\frac{dx}{ds} = \frac{2}{3}$ وأن معادلة المماسللمنحنى عند النقطة (٢ ، $\frac{5}{3}$) الواقعة عليه هى $3x - 4y + 10 = 0$

(ب) إذا كانت ص = د (س) تمثل منحنى لكثيرة حدود من الدرجة الثالثة وكان د' (س) > صفر

عندما س > $\frac{2}{3}$ ، د' (س) < صفر عندما س < $\frac{2}{3}$ ويمر منحنى الدالة بالنقطة

(٦،١) وتوجد نقطة حرجة عند (-١ ، ٢) . أوجد معادلة المنحنى وبين نوع النقط الحرجة .

٣- (h) إذا كانت الدالة د حيث :

$$\left. \begin{aligned} h^2 + b^2 - 6 &= 0 \\ h^2 + 2b &= 0 \end{aligned} \right\} = (s) \text{ د}$$

متصلة عند س = ٢ وكان د' (٣) = ١٦ فأوجد قيمة كل من الثابتين h ، ب .

ثم ابحث قابلية هذه الدالة للاشتقاق عند س = ٢

(بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية)

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للمنحنى :

$$ص = جاس (١ + جتا س) \text{ حيث } س \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

٤- (h) إذا كان $ص = جاس جتا س$ فاثبت أن $ص = جاس جتا س + \frac{ص^2}{س} + \frac{ص^2}{س^2} = ص$ صفر

(ب) كرة يتغير حجمها ح بانتظام محتفظة بشكلها الكروي وعند أى لحظة زمنية ن ثانية

كان طول نصف قطرها نق سم ومساحة سطحها م سم^٢. أثبت أن :

$$\frac{ح}{ن} \times \frac{نق}{ن} = \frac{١}{١٦} \times \left(\frac{م}{ن} \right)^2$$

ومن ثم احسب قيمة $\frac{نق}{ن}$ عندما يكون $\frac{ح}{ن} = ط سم^٣ / ث$ ، $\frac{م}{ن} = ط سم^٢ / ث$ وأوجد عندئذ مساحة سطح الكرة .

٥- (h) اثبت أن المنحنيين $ص = س - س^٢$ ، $ص = س - س^٣$ يتماسان .

ثم أوجد معادلة العمودى على المنحنيين عند نقطة التماس .

(ب) فى الشكل المقابل :

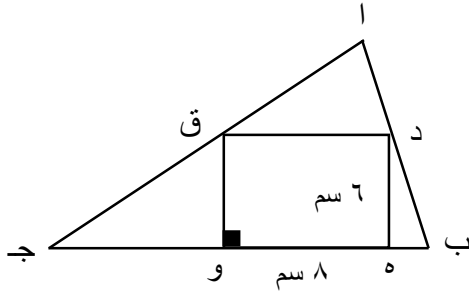
h ب ج مثلث مختلف الأضلاع ،

x هـ وق مستطيل فيه

هـ و = ٨ سم ، x هـ = ٦ سم

بحيث J_x h ب ، J h ج ،

هـ و G ب ج أوجد أقل مساحة ممكنة للمثلث h ب ج



•••••
(انتهت الأسئلة)

(الأسئلة فى صفحتين)

أولاً : أجب عن السؤال الآتى :يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

١- (أ) أوجد قيمة التكاملات الآتية :

$$\int_0^1 (1+x) \sqrt{x^2+2x+1} dx, \quad \int_0^1 (x^2+2x+1) dx$$

(ب) إذا كان المنحنى $v = s^3 + h s^2 + b s$ له نقطة انقلاب عند $(3, -9)$ حيث h, b ثابتان فأوجد :(١) قيمة كل من h, b (٢) نقط القيم العظمى والصغرى المحليه لهثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :٢- (أ) أوجد معادلة المماس للمنحنى $v = 2s^2 + 3s + 1$ عند $s = \frac{1}{4}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حيث } s > 2 \\ \text{حيث } s \leq 2 \end{array} \right\} = \text{د (س)}$$

متصلة عند $s = 2$ فأوجد قيمة الثابت h ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند $s = 2$ ٣- (أ) إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه هو $6 - s$ وكان ميلالمماس له عند النقطة $(3, 1)$ الواقعة عليه مساوياً 2 فأوجد معادلة هذا المنحنى .

$$\left. \begin{array}{l} \text{حيث } s > \frac{1}{9} \\ \text{حيث } s < \frac{1}{9} \end{array} \right\} = \text{د (س)}$$

فابحث وجود نهـاد (س)

س ← ٠

(بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية)

٤- (أ) إذا كانت : ص^٢ + س^٢ - س^٥ = ١٢ فاثبت أن :

$$ص = \frac{X}{S^2} + \left(\frac{ص}{X} \right)^2 + ٦ = ٠$$

(ب) أسطوانة معدنية تتمدد بانتظام بحيث تظل محتفظة بشكلها فإذا كان طول نصف قطر

قاعدتها نق يزداد بمعدل ٢ سم/ث وارتفاعها ع يزداد بمعدل ٠.١ سم/ث فأوجد معدل

التغير الزمنى فى حجم الأسطوانة عندما نق = ٢ سم ، ع = ٥ سم .

٥- (أ) أوجد مناطق التحذب لأعلى والتحذب لأسفل للمنحنى :

ص = س^٤ - س^٦ ونقط الانقلاب إن وجدت .

(ب) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ومساحته الكلية تساوى ٦٠٠ سم^٢ أوجد أبعاد

متوازي المستطيلات التى تجعل حجمه أكبر ما يمكن .

=====

(انتهت الأسئلة)

